

Informations importantes

✕ Dernière semaine de cours (semaine du 12 au 16 décembre)

+ **Lundi 12 décembre, cours avec T. Mout en F111 (8h30-10h30: groupe1; 10h30-12h30: groupe 2):** séance sur l'examen de l'an passé (envoyé par mail pendant les vacances de la Toussaint)

Informations importantes

✕ **Question au sujet de la date de l'examen**

+ Proposition pour Lundi 9 janvier de 10h30 à 12h30 en groupe complet

Est-ce que tout le monde est disponible ce jour là?

Informations importantes

✗ A l'examen:

+ Documents papiers autorisés

✗ Mais PAS d'ordinateur ou téléphone portable

+ Documents mis en ligne sur *Alfresco Share*

<https://espaces-collaboratifs.grenet.fr/share/page/site-index>

4 . TD2 - COMPARAISON DE MOYENNES

Les tests d'inférence statistiques permettent d'estimer le risque d'inférer un résultat d'un échantillon à une population et de décider si on « prend le risque » (si $p \leq 0.05$ ou 5 %)



4. TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES

4.1 trois types de comparaisons de moyennes

Comparer des moyennes : trois cas de figures différents

- 1/ Comparer des mesures appariées (ou répétées)
- 2/ Comparer des mesures non appariées (ou des groupes)
- 3/ Comparer une moyenne à une valeur fixe (ou de référence)

A / Comparaisons sur des mesures appariées (répétées) et non appariées (groupes)

Exemple de question de recherche : comment évolue la Longueur Moyenne d'Énoncé entre 2 et 5 ans ?

Longueur Moyenne d'Énoncé (MLU ou Mean Length of Utterance)

- Meilleur indicateur du développement précoce du langage (mieux que l'âge)
- Correspond au nombre moyen de mots (ou de morphèmes) dans les énoncés d'un enfant sur une période donnée.

1/ On enregistre 25 enfants de 3 ans

	Énoncés										Moyenne / enfant
	A	B	C	D	E	F	G	H	...	...	
Enfant 1	3	4	2	1	4	5	3	2			3.2
Enfant 2	6	4	2	2	1	3	4	4			4.0
Enfant 3	1	2	3	1	1	1	2	1			2.1
.....											
Enfant 25	3	3	4	2	3	2	3	3			3.1
											3.16

2/ On compte le nombre de mot par énoncé pour chaque enfant

3/ On divise le total par le nombre d'énoncés: LME pour chaque enfant

4/ On fait la moyenne pour le groupe : LME moyenne à 3 ans

5

4. TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES

4.1 trois types de comparaisons de moyennes

Comment évolue la Longueur Moyenne d'Énoncé entre 2 et 5 ans ?

→ Deux façons de répondre...

Un groupe de 2 ans		Un autre groupe de 5 ans	
Enfant 1	1.9	Enfant 26	5.0
Enfant 2	2.5	Enfant 27	6.1
Enfant 3	1.8	Enfant 28	5.5
....	...		
Enfant 25	2.3	Enfant 50	6.2
LME	1.92		5.92

On compare deux moyennes de deux groupes différents



Comparaison non appariée ou entre groupes

	Un groupe de 2 ans	Le même groupe observé à 5 ans
Enfant 1	1.9	5.0
Enfant 2	2.5	6.1
Enfant 3	1.8	5.5
....	...	
Enfant 25	2.3	6.2
LME	1.92	5.92

On compare deux moyennes issus du même groupe : à chaque valeur d'une série est appariée une valeur de l'autre série



Comparaison appariée ou sur mesures répétées

6

4 . TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
4.1 trois types de comparaisons de moyennes

Variable dépendante et variable indépendante

définitions

Variable dépendante (VD): variable mesurée par le chercheur

Variable indépendante (VI): variable contrôlée et manipulée par le chercheur

!!! Selon l'objet de la recherche, une variable dépendante peut devenir variable indépendante et vice versa !!!

1/ On cherche à savoir si la consommation d'alcool entraîne un déficit d'attention

VD: Test de mesure de l'attention

VI: Consommation d'alcool

2/ On cherche à savoir si le lieu d'habitation (ville ou campagne) a un impact sur la consommation d'alcool

VD: Consommation d'alcool

VI: Lieu d'habitation

7

4 . TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
4.1 trois types de comparaisons de moyennes

Comparaison appariée (répétée) / non appariée (de groupes) : à vous de choisir

Question de recherche	Variables indépendantes (facteurs)	Variables dépendantes (mesures)	Réponse
On compare le QI moyen de 50 hommes de 25-35 ans et de 50 hommes de 55-65 ans (à CSP égales)	Tranche d'âge	QI	Non-appariée
On observe l'évolution de la tension artérielle sur un groupe de 200 volontaires, avant et après la consommation de tranquillisants.	Prise de tranquillisants	Tension artérielle	Appariée
On observe l'évolution de la taille du vocabulaire entre 2 et 4 ans chez 15 filles et 15 garçons suivis longitudinalement. On veut également observer si les filles sont en avance sur les garçons aux deux âges.	Âge	Taille du vocabulaire	Appariée
	Sexe		Non-appariée
On compare le QI de 25 enfants à celui de leur 25 jumeaux monozygotes (« vrais jumeaux = même patrimoine génétique) adoptés précocement dans une famille de CSP plus élevée.	CSP	QI	Non-appariée

4. TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES

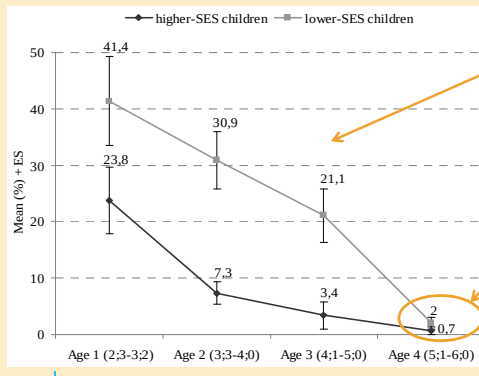
4.1 trois types de comparaisons de moyennes

B/ Comparaison d'une moyenne à une valeur fixe / de référence

Exemple de question de recherche :

Jusqu'à quel âge peut-on dire que les enfants font encore des erreurs de liaison ?

Autrement dit, jusqu'à quel âge peut-on dire que la moyenne des taux d'erreurs de liaison chez les enfants est différente de zéro ?



Environ 50 enfants par groupe d'âge

Le pourcentage d'erreurs de liaisons entre déterminant et nom (*un zami*) diminue entre 2 ans et 6 ans, dans les deux CSP.

Nb – SES : *Socioeconomic status*

Mais peut-on dire (avec un risque de généraliser à tort < 0.05) que les 5-6 ans font encore des erreurs ?

Peut-on dire que les valeurs moyennes de 2 % et 0.7 % d'erreurs sont significativement différentes de zéro ?

On compare les moyennes de 2% et 0.7 % à la valeur fixe 0

Chevrot, J.-P., Nardy, A. & Barbu, S. (2011). Developmental dynamics of SES-related differences in children's production of obligatory and variable phonological alternations. *Language sciences*, 33, 180-191.

9

4. TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES

4.1 trois types de comparaisons de moyennes

Les tests d'inférence statistique permettent d'estimer le risque d'inférer un résultat d'un échantillon à une population et de décider si on « prend le risque » (si $p \leq 0.05$ ou 5 %)

Une différence de moyennes

Une association entre des classifications

Une association entre des ordres

Khi-deux

Corrélation

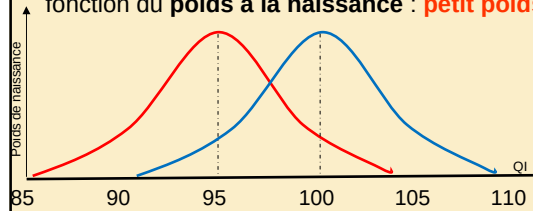
Comparer des mesures appariées (ou répétées)	Comparer des mesures non appariées (ou des groupes)	Comparer une moyenne à une valeur fixe (ou de référence)
--	---	--

T de Student

10

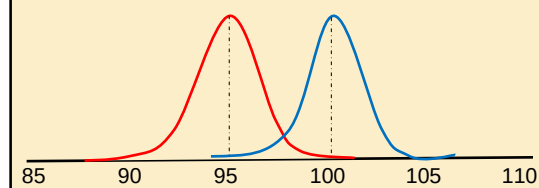
4 . TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
4.1 trois types de comparaisons de moyennes
4.2 La logique du T de Student

Comparaison de deux groupes sur la **moyenne du QI** d'enfants de 6 ans en fonction du **poids à la naissance** : **petit poids** (rouge) et **poids normal** (bleu).



1^{er} cas de figure

Moyenne Groupe rouge : 95
Moyenne Groupe bleu : 100
Différence de moyenne : 5 points de QI



2nd cas de figure

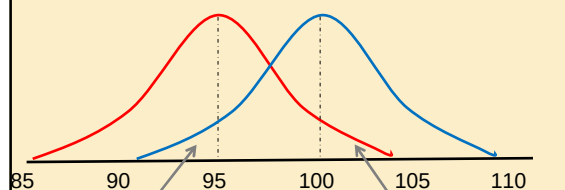
Moyenne Groupe rouge : 95
Moyenne Groupe bleu : 100
Différence de moyenne : 5 points de QI

En quoi ces deux cas de figure sont-ils différents ?

11

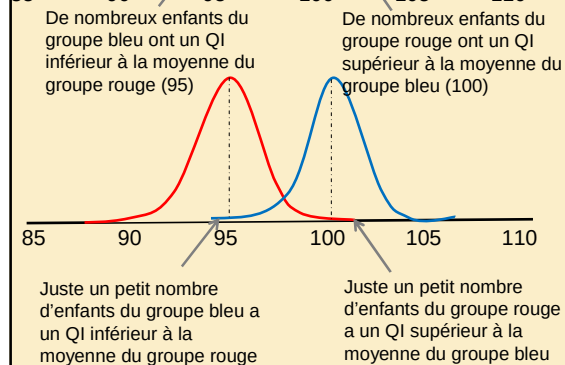
4 . TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
4.1 trois types de comparaisons de moyennes
4.2 La logique du T de Student

En quoi ces deux cas de figure sont différents



1^{er} cas de figure : dispersion plus grande

Les valeurs sont moins resserrées autour des moyennes



2nd cas de figure : dispersion plus petite

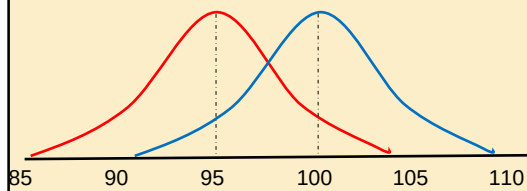
Les valeurs sont plus resserrées autour des moyennes

Dans quel cas de figure, la différence de moyenne vous paraît-elle généralisable avec le plus de fiabilité ?

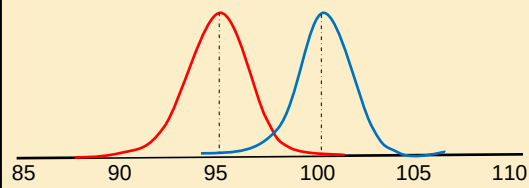
12

4 . TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
 4.1 trois types de comparaisons de moyennes
 4.2 La logique du T de Student

La différence de moyenne est plus généralisable dans le 2^{ème} cas de figure



A l'intérieur de chaque groupe les QI sont différents et les différences à l'intérieur des groupes sont grandes par rapport aux différences entre les groupes



A l'intérieur de chaque groupe les QI sont différents mais les différences à l'intérieur des groupes sont petites par rapport aux différences entre les groupes

13

4 . TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
 4.1 trois types de comparaisons de moyennes
 4.2 La logique du T de Student

Calcul du T de Student

1/ Pourquoi les QI des enfants à petit poids à la naissance sont-ils différents des QI des enfants de poids normal (différence entre les groupes)

- {
- à cause du **poids à la naissance**
 - à cause de facteurs non contrôlés qu'on nomme **facteurs aléatoires** : part d'hérédité du QI, conditions de vie, concentration au moment de la passation du test, etc.

Donc

variabilité entre les groupes = effet des facteurs aléatoires + effet du facteur « poids à la naissance »

2/ Pourquoi les QI des enfants du même groupe sont-ils différents (différences dans les groupes)

-
- à cause des **facteurs aléatoires** : part d'hérédité du QI, conditions de vie, concentration au moment de la passation du test, etc.

Donc

variabilité dans les groupes = effet des facteurs aléatoires

14

4 . TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
4.1 trois types de comparaisons de moyennes
4.2 La logique du T de Student

Calcul du T de Student

$$\text{T de Student} = \frac{\text{variabilité entre les groupes}}{\text{variabilité dans les groupes}}$$

Le T de Student est une estimation du rapport entre la variabilité entre les groupes et la variabilité dans les groupes (calcul fondé sur la notion de variance)

Donc

$$\text{T de Student} = \frac{\text{effet des facteurs aléatoires} + \text{effet du poids de naissance}}{\text{effet des facteurs aléatoires}}$$

15

4 . TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
4.1 trois types de comparaisons de moyennes
4.2 La logique du T de Student

Si effet du poids de naissance nul

$$\text{T de Student} = \frac{\text{effet des facteurs aléatoires} + 0}{\text{effet des facteurs aléatoires}} = \frac{\text{effet des facteurs aléatoires}}{\text{effet des facteurs aléatoires}} = 1$$

Si effet du poids de naissance non nul

$$\text{T de Student} = \frac{\text{effet des facteurs aléatoires} + \text{effet du poids de naissance}}{\text{effet des facteurs aléatoires}}$$

Avec

Effet des facteurs aléatoires + effet du poids de naissance > effet des facteurs aléatoires

Numérateur > dénominateur

$$\text{Donc } \text{T de Student} > 1$$

16

4 . TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
4.1 trois types de comparaisons de moyennes
4.2 La logique du T de Student

En bref, le T de Student

- estime si la variabilité entre deux séries de valeurs est plus grande que la variabilité à l'intérieur des séries
- estime le risque de trouver un tel rapport de variance du seul fait des hasards de l'échantillonnage (significativité)
- permet donc de conclure qu'une variable indépendante (un facteur) a un effet sur une variable dépendante (une mesure)

Un $T > 1$ est une condition nécessaire pour que le facteur ait un effet significatif (pourquoi pas suffisant ?)

17

4 . TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
4.1 trois types de comparaisons de moyennes
4.2 La logique du T de Student
4.3 Application aux girafes

On applique au fichier de 38 girafes :

Y a-t-il un effet du lieu de naissance (captivité/liberté) sur la taille des girafes ?

VD: Taille

VI: Lieu de naissance

Girafe	naissance (captivité/liberté)	taille (mètres)	cou (mètres)	poids (kg)	Girafe	naissance (captivité/liberté)	taille (mètres)	cou (mètres)	poids (kg)
1	C	5,4	2,1	1072	20	L	5,1	2,7	1332
2	C	5,5	2,1	1155	21	C	5,5	2,8	1364
3	L	5,1	2,3	1132	22	L	5,0	2,7	1312
4	L	5,2	2,5	1210	23	C	5,6	2,4	1150
5	L	5,2	2,6	1186	24	C	5,6	2,9	1351
6	L	5,3	2,4	1175	25	C	5,6	2,7	1373
7	L	5,5	2,6	1231	26	C	5,8	2,8	1372
8	L	5,4	2,4	1231	27	C	5,8	2,4	1378
9	L	5,4	2,6	1197	28	C	5,9	2,7	1338
10	L	5,4	2,5	1191	29	C	5,8	2,7	1370
11	L	5,4	2,5	1234	30	C	5,7	2,9	1409
12	L	5,4	2,5	1199	31	C	5,7	2,9	1111
13	L	5,4	2,6	1248	32	C	5,6	2,9	1412
14	L	5,3	2,7	1277	33	C	5,7	2,8	1215
15	L	5,4	2,7	1308	34	C	5,5	3,1	1249
16	L	5,3	2,8	1284	35	C	5,3	2,9	1349
17	L	5,3	2,7	1287	36	C	5,5	3,1	1470
18	L	5,2	2,7	1280	37	C	5,3	3,2	1435
19	L	5,1	2,5	1290	38	C	5,2	3,0	1526

18

4. TD2 – COMPARAISON DE MOYENNES
 4.1 trois types de comparaisons de moyennes
 4.2 La logique du T de Student
 4.3 Application aux girafes

Y a-t-il un effet du lieu de naissance (captivité/liberté) sur la taille des girafes ?

Sortie Statview : C : captivité ; L : Liberté

Écart entre les moyennes	Degré De Liberté : lié au nombre d'observations	Valeur du T de Student
Test-t séries non appariées pour taille Variable "groupe" : naissance Ecart théorique = 0		
	Ecart moyen	DDL
C, L	,295	36
	t	p
	5,459	<,0001

Taux de significativité (ici largement inférieur à 0.05)

Conclusion

Les girafes nées en captivité sont significativement plus grande que les girafes nées en liberté (mais données fictives...)

Info. du groupe pour taille

Variable "groupe" : naissance

	nombre	Moy.	Variance	Dév Std	Erreur Std
C	19	5,579	,036	,190	,044
L	19	5,284	,019	,138	,032

19

<http://mathieu.loiseau.free.fr/liaisons.svd>

Retour sur le TP ...

- Les moyennes de productions de LF justes des enfants de cadres et des enfants d'ouvriers sont-elles significativement différentes ?

Test-t séries non appariées pour Prod. LF justes

Variable "groupe" : CSP

Ecart théorique = 0

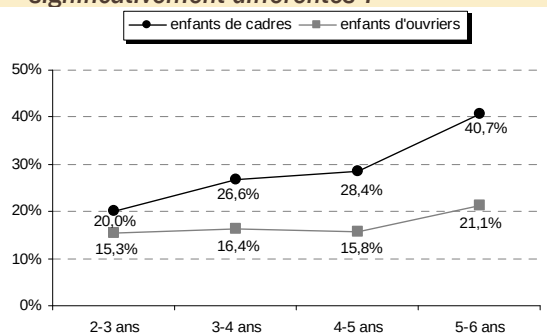
	Ecart moyen	DDL	t	p
cadre, ouvrier	12,018	183	3,214	,0015

Info. du groupe pour Prod. LF justes

Variable "groupe" : CSP

	nombre	Moy.	Variance	Dév Std	Erreur Std
cadre	98	29,268	834,021	28,879	2,917
ouvrier	87	17,251	430,781	20,755	2,225

- Les moyennes de productions de LF justes des enfants de cadres et des enfants d'ouvriers dans chacune des 4 tranches d'âge sont-elles significativement différentes ?



Test-t séries non appariées pour Prod. LF justes
Variable "groupe" : CSP
Eclaté par : Tranche d'âge
Ecart théorique = 0

	Ecart moyen	DDL	t	p
cadre, ouvrier: Total	12,018	183	3,214	,0015
cadre, ouvrier: 2-3 ans	4,655	36	,797	,4307
cadre, ouvrier: 3-4 ans	10,172	43	1,555	,1273
cadre, ouvrier: 4-5 ans	12,559	52	1,645	,1059
cadre, ouvrier: 5-6 ans	19,632	46	2,324	,0246

- Les moyennes de productions de LO justes des enfants de cadres et des enfants d'ouvriers sont-elles significativement différentes ?

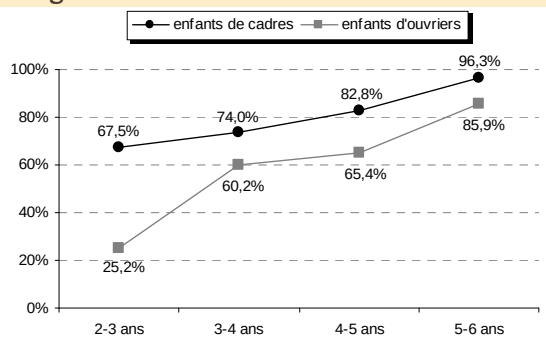
Test-t séries non appariées pour Prod. LO justes
Variable "groupe" : CSP
Ecart théorique = 0

	Ecart moyen	DDL	t	p
cadre, ouvrier	18,946	183	4,511	<,0001

Info. du groupe pour Prod. LO justes
Variable "groupe" : CSP

	nombre	Moy.	Variance	Dév Std	Erreur Std
cadre	98	80,692	742,511	27,249	2,753
ouvrier	87	61,746	892,063	29,867	3,202

- Les moyennes de productions de LO justes des enfants de cadres et des enfants d'ouvriers dans chacune des 4 tranches d'âge sont-elles significativement différentes ?



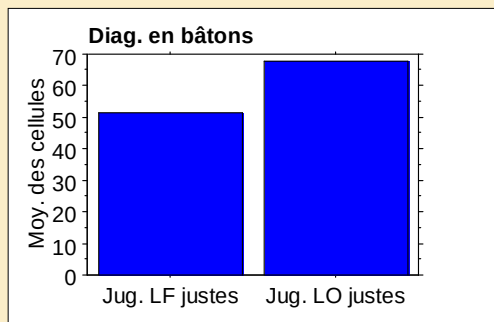
Test-t séries non appariées pour Prod. LO justes
Variable "groupe" : CSP
Eclaté par : Tranche d'âge
Ecart théorique = 0

	Ecart moyen	DDL	t	p
cadre, ouvrier: Total	18,946	183	4,511	<,0001
cadre, ouvrier: 2-3 ans	42,333	36	4,916	<,0001
cadre, ouvrier: 3-4 ans	13,780	43	1,669	,1024
cadre, ouvrier: 4-5 ans	17,370	52	2,433	,0184
cadre, ouvrier: 5-6 ans	10,407	46	2,769	,0081

- Les moyennes de JUG LO et de JUG LF sont-elles significativement différentes ?

Test-t séries appariées
Ecart théorique = 0

	Ecart moyen	DDL	t	p
Jug. LF justes, Jug. LO justes	-16,582	184	-8,701	<,0001



- Les moyennes de JUG LO et de JUG LF dans chacune des 4 tranches d'âge sont-elles significativement différentes ?

Test-t séries appariées

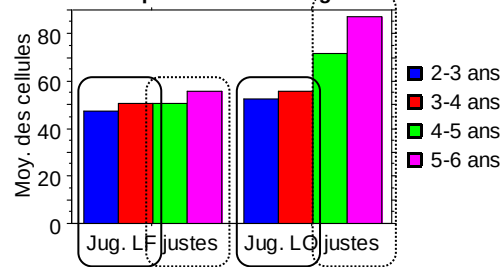
Eclaté par : Tranche d'âge

Ecart théorique = 0

	Ecart moyen	DDL	t	p
Jug. LF justes, Jug. LO justes: Total	-16,582	184	-8,701	<,0001
Jug. LF justes, Jug. LO justes: 2-3 ans	-5,174	37	-1,400	,1699
Jug. LF justes, Jug. LO justes: 3-4 ans	-4,996	44	-1,540	,1307
Jug. LF justes, Jug. LO justes: 4-5 ans	-20,924	53	-6,023	<,0001
Jug. LF justes, Jug. LO justes: 5-6 ans	-31,590	47	-9,263	<,0001

Diag. en bâtons

Eclaté par : Tranche d'âge



- Les moyennes de JUG LO dans chacune des 4 tranches d'âge sont-elles significativement différentes du hasard ? (la question que l'on se pose ici est de savoir si les enfants répondent au hasard à la tâche qui leur est proposée)

Test-t univarié

Eclaté par : Tranche d'âge

Moy. théorique = 50

	Moy.	DDL	t	p
Jug. LO justes, Total	67,923	184	10,199	<,0001
Jug. LO justes, 2-3 ans	52,729	37	1,032	,3089
Jug. LO justes, 3-4 ans	55,644	44	2,099	,0416
Jug. LO justes, 4-5 ans	71,759	53	7,029	<,0001
Jug. LO justes, 5-6 ans	87,148	47	12,651	<,0001

- Les moyennes de JUG LF dans chacune des 4 tranches d'âge sont-elles significativement différentes du hasard ?

Test-t univarié

Eclaté par : Tranche d'age

Moy. théorique = 50

	Moy.	DDL	t	p
Jug. LF justes, Total	51,342	184	,897	,3711
Jug. LF justes, 2-3 ans	47,555	37	-,820	,4175
Jug. LF justes, 3-4 ans	50,649	44	,241	,8108
Jug. LF justes, 4-5 ans	50,835	53	,315	,7538
Jug. LF justes, 5-6 ans	55,558	47	1,583	,1202